

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA
Anno Accademico 2019 - 2020
Corso di Laurea in Ingegneria Civile e Ambientale
PROVA SCRITTA DI ANALISI MATEMATICA I DEL 28 FEBBRAIO 2020

COGNOME e NOME: (SCRIVERE IN STAMPATELLO)	
MATRICOLA:	

Compito A

Non sono consentiti formulari, appunti, libri e calcolatori; non è consentito comunicare con i colleghi; ogni mezzo di comunicazione elettronico deve essere tenuto spento. Durante la prova non è possibile uscire dall'aula.

Il **requisito minimo** per superare la prova scritta ed essere ammessi al colloquio orale è di svolgere l'esercizio 3 e altri due esercizi del **quesito di tipo E**. Inoltre occorre svolgere correttamente **almeno un quesito di tipo D** e **un solo quesito di tipo T**.

Tempo disponibile: **180 minuti**.

Quesiti di tipo E (*esercizi*.)

- 1) Calcolare l'insieme dove la funzione reale f definita dalla legge $f(x) = 2^{\operatorname{sen} x - \frac{1}{2}}$ è maggiore di $\frac{1}{2}$.

- 2) Calcolare il seguente limite $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(1 + \log(1+x)\right)^{\frac{\sqrt{x}}{\operatorname{sen}(3x\sqrt{x})}}$.

- 3) Considerata la seguente funzione reale di variabile reale:

$$f(x) = \frac{x}{x+1} \left(\log \left| \frac{x+1}{x} \right| + 2 \right)$$

determinare il dominio di esistenza, eventuali asintoti. Studiare la continuità, la derivabilità, la monotonia e determinare gli estremi relativi e assoluti. Infine tracciare un grafico qualitativo della funzione.

Inoltre,

- dire per quali valori di k l'equazione $\frac{x}{x+1} \left(\log \left| \frac{x+1}{x} \right| + 2 \right) = k$ ammette due soluzioni negative;
- determinare la derivata di f nel punto $x_0 = \frac{1}{e-1}$.

- 4) Calcolare l'insieme delle primitive della seguente funzione

$$\frac{\operatorname{sen}(2x)}{\operatorname{sen} x \cos(2x) + \operatorname{sen}^3 x}$$

- 5) Studiare il carattere delle serie numeriche

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2^{n^2}}{n!}, \quad \sum_{n=1}^{+\infty} \sqrt{n} \left(e^{\frac{1}{n^2\sqrt{n}}} - 1 \right), \quad \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \arctan \left(\frac{1}{\sqrt[3]{n^2}} \right)$$

LA PROVA CONTINUA NELL'ALTRA PAGINA \leftrightarrow

Quesiti di tipo D (*definizioni*)

- 1) Sia $f : (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$. Si dice che f è CONVESSA IN (a, b) se ... (completare).
Sia $f : (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$ derivabile in (a, b) . Un punto $x_0 \in]a, b[$ si dice di FLESSO PER f se ... (completare).
Infine sia $f : (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$ derivabile due volte in (a, b) . Giustificare perché se f è convessa allora $f''(x) \geq 0$ in (a, b) .
-
- 2) Sia $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione limitata in $[a, b]$. Si dice SOMMA INFERIORE DI f RELATIVA ALLA PARTIZIONE \mathbb{P} ... (completare).
Si dice che f è RIEMANN INTEGRABILE IN $[a, b]$ se ... (completare) e si chiama INTEGRALE DEFINITO DI f , e si indica con il simbolo $\int_a^b f(x) \, dx$, ... (completare).
-

Quesiti di tipo T (*teoremi*)

- 1) Enunciare e dimostrare il Teorema di Rolle.
-
- 2) Enunciare e dimostrare il Teorema di integrabilità delle funzioni monotone limitate.
-

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA
Anno Accademico 2019 - 2020
Corso di Laurea in Ingegneria Civile e Ambientale
PROVA SCRITTA DI ANALISI MATEMATICA I DEL 28 FEBBRAIO 2020

COGNOME e NOME: (SCRIVERE IN STAMPATELLO)	
MATRICOLA:	

Compito B

Non sono consentiti formulari, appunti, libri e calcolatori; non è consentito comunicare con i colleghi; ogni mezzo di comunicazione elettronico deve essere tenuto spento. Durante la prova non è possibile uscire dall'aula.

Il **requisito minimo** per superare la prova scritta ed essere ammessi al colloquio orale è di svolgere l'esercizio 3 e altri due esercizi del **quesito di tipo E**. Inoltre occorre svolgere correttamente **almeno un quesito di tipo D** e **un solo quesito di tipo T**.

Tempo disponibile: **180 minuti**.

Quesiti di tipo E (*esercizi*.)

- 1) Calcolare l'insieme dove la funzione reale f definita dalla legge $f(x) = \sqrt{\frac{3}{4} - \cos x}$ è maggiore di $\frac{1}{2}$.

- 2) Calcolare il seguente limite $\lim_{x \rightarrow 0^+} (1 + \sin(5x))^{\frac{\sqrt{x}}{\log(x\sqrt{x} + 1)}}$.

- 3) Considerata la seguente funzione reale di variabile reale:

$$f(x) = \frac{x}{x+1} \left(\log \left| \frac{x}{x+1} \right| - 2 \right)$$

determinare il dominio di esistenza, eventuali asintoti. Studiare la continuità, la derivabilità, la monotonia e determinare gli estremi relativi e assoluti. Infine tracciare un grafico qualitativo della funzione.

Inoltre,

- dire per quali valori di k l'equazione $\frac{x}{x+1} \left(\log \left| \frac{x}{x+1} \right| - 2 \right) = k$ ammette una soluzione;
- determinare la derivata di f nel punto $x_0 = \frac{1}{e-1}$.

- 4) Calcolare l'insieme delle primitive della seguente funzione

$$\frac{\sin(2x)}{\cos x \cos(2x) - \cos^3 x}$$

- 5) Studiare il carattere delle serie numeriche

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n!}{3^{n^2}}, \quad \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \arctan \left(\frac{1}{\sqrt[3]{n^2}} \right), \quad \sum_{n=1}^{+\infty} n\sqrt{n} \left(\sqrt{1 + \frac{1}{n^3\sqrt{n}}} - 1 \right)$$

LA PROVA CONTINUA NELL'ALTRA PAGINA \hookrightarrow

Quesiti di tipo D (*definizioni*)

- 1) Due insiemi non vuoti di \mathbb{R} si dicono SEPARATI se ... (completare).
Dire se i due insiemi $A = \{x \in \mathbb{R} : x^2 \leq 4\}$ e $B = \{2\}$ sono separati e in caso affermativo individua un elemento separatore. Enunciare l'assioma di Dedekind.
-
- 2) Sia $f : [a, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ una funzione. Si dice che f AMMETTE PRIMITIVE IN $[a, +\infty[$ se ... (completare).
Se $F : [a, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ è una primitiva di f , ogni altra primitiva sarà? (giustificare la risposta)
-

Quesiti di tipo T (*teoremi*)

- 1) Sia $X \subseteq \mathbb{R}$ un insieme non vuoto limitato inferiormente. Provare che ammette estremo inferiore.
-
- 2) Enunciare e dimostrare il Teorema fondamentale del calcolo integrale.
-